

פתרון בעיות במדעים ובמתמטיקה: מחקר זמן תגובה והדמיה מוחית

רות סתוי וראובן בבאי

מחקרים לאומיים ובין-לאומיים מראים כי תלמידים רבים מתקשים בפתרון בעיות במדעים ובמתמטיקה. במחקר זה נבדקו תהליכי החשיבה של תלמידים במהלך פתרון בעיות מתוך התמקדות בהשפעת החשיבה האינטואיטיבית ובהפרעתה לחשיבה הלוגית-פורמלית. לשם כך נעשה שימוש בשיטות מתחום מדעי העצב הקוגניטיביים, כגון מדידת זמן תגובה ואפיון אזורי המוח הפעילים בזמן פתרון הבעיות באמצעות הדמיה מוחית בתהודה מגנטית תפקודית (functional Magnetic Resonance Imaging – fMRI).

במחקר נמדדו אחוזי ההצלחה, זמן התגובה ופעילות המוח בשני סוגי מטלות, תואמות ושאינן תואמות. במטלות התואמות התשובה האינטואיטיבית תואמת את התשובה הנכונה, ואילו במטלות שאינן תואמות התשובה האינטואיטיבית מנוגדת לתשובה הנכונה.

ממצאי המחקר הראו כי אחוזי ההצלחה במטלות שאינן תואמות את התשובה האינטואיטיבית היו נמוכים יותר וזמני התגובה היו ארוכים יותר לעומת אחוזי ההצלחה וזמני התגובה במטלות התואמות אותה. נוסף על כך, בשני סוגי המטלות אותרו דפוסים שונים של הפעלה מוחית. במטלות התואמות את החשיבה האינטואיטיבית הופעלו אזורי מוח באונה הקדקודית (parietal).

* פרופ' רות סתוי, החוג לחינוך מתמטי, מדעי וטכנולוגי, בית הספר לחינוך ע"ש קונסטנטינר
ובית הספר סגול למדעי המוח, אוניברסיטת תל אביב.

דואר אלקטרוני: ruth@post.tau.ac.il

* ד"ר ראובן בבאי, החוג לחינוך מתמטי, מדעי וטכנולוגי, בית הספר לחינוך ע"ש קונסטנטינר
ובית הספר סגול למדעי המוח, אוניברסיטת תל אביב.

דואר אלקטרוני: reuvenb@post.tau.ac.il

אזורים אלו מעורבים בעיבוד מידע תחושי ומרחבי ובעיבוד הקשור בהשוואת כמויות. לעומת זאת, במענה נכון על מטלות שאינן תואמות את החשיבה האינטואיטיבית הופעלו אזורים מוח באונה הקדם-מצחית (prefrontal). אזורים אלו ידועים במעורבותם בבקרה ביצועית מעכבת על חלקי מוח אחוריים ופנימיים.

ממצאים אלו מורים על חשיבותם הרבה של מנגנוני הבקרה בהתגברות על הסתירה הנוצרת בין החשיבה האינטואיטיבית לבין החשיבה הלוגית-פורמלית. ממצאי המחקר מלמדים כי ניתן לשפר את יכולתם של תלמידים בפתרון בעיות אם מחזקים את מנגנוני הבקרה האלה.

מילות מפתח: מתמטיקה (הוראה), פתרון בעיות, חשיבה לוגית, חקר המוח, הוראת מדעים, אינטואיציה, הפרעה אינטואיטיבית, זמן תגובה, הדמיה מוחית, מנגנוני בקרה

הכול מודעים לקשיי התלמידים בלימודי המדע והמתמטיקה. כמו כן, מחקרים לאומיים ובין-לאומיים, כגון TIMSS ו-PISA, וכן מספר רב של מקורות בספרות המקצועית מראים בעקיבות שתלמידים ומבוגרים רבים מתקשים בפתרון בעיות בתחומים אלו (Duit, 2007; Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2004).

זה שנים רבות חוקרים ברחבי העולם את התפיסות ואת תהליכי החשיבה של תלמידים בתחומי המדעים והמתמטיקה, וידע רב הצטבר בהם בכל הנוגע לתפיסת מושגים ולמיומנויות של חשיבה ופתרון בעיות. ההנחה העומדת ביסוד המחקרים האלה היא שאם נבין את דרכי החשיבה של התלמידים ואת קשייהם, נוכל להביא לשיפור ההוראה. החוקרים בחנו את קשיי התלמידים מנקודות מבט מגוונות. גישה אחת מדגישה את חשיבותן של תבניות חשיבה קוגניטיביות, כגון שימור ופרופורציה. לפי גישה זו, תלמידים מתקשים בפתרון בעיות כאשר תבניות החשיבה הדרושות לפתרון אינן זמינות להם, למשל כאשר תבניות אלו עדיין לא התפתחו או לא הבשילו (Lawson, 1981; Shayer & Adey, 1974; Piaget & Inhelder, 1969; 1995). גישה אחרת תולה את קשיי התלמידים בתפיסותיהם החלופיות, שאינן עולות בקנה אחד עם התפיסות המדעיות המקובלות. התברר כי תפיסות אלו נרכשות לעתים עוד טרם הלמידה, ולפיכך הן יציבות מאוד וקשות לשינוי (Carey, 1985; Driver, 1994; Novak & Gowin, 1984; 1998; Vosniadou & Ioannides, 1985; Osborne & Freyberg, 1985). גישה נוספת להסבר הקשיים בפתרון בעיות מבחינה בין שני סוגים של תהליכי חשיבה הנבדלים זה מזה: חשיבה פורמלית-לוגית וחשיבה אינטואיטיבית (Evans & Over, 1996; Fischbein, 1983; Sloman, 1996; Tversky & Kahneman, 1987). החשיבה האינטואיטיבית מבוססת בעיקר על התנסות יום-יומית, ואילו החשיבה הפורמלית-לוגית היא אנליטית ומבוססת על חוקים. תהליכי חשיבה אלו קיימים אצל כולנו בעת ובעונה אחת, ויש ביניהם השפעה הדדית העשויה לעתים להוביל למסקנות סותרות.

השפעתה של החשיבה האינטואיטיבית במדע ובמתמטיקה נחקרה בשנים האחרונות על-ידי סתוי ותירוש. הן הציעו את "תאוריית הכללים האינטואיטיביים" (ראו, לדוגמה, Stavy & Tirosh, 1996, 2000; Tirosh & Stavy, 1999a, 1999b), ואנו נתבסס עליה במאמר זה.

תאוריית הכללים האינטואיטיביים

ניתוח תגובותיהם של תלמידים למגוון רחב של מטלות הראה כי תגובות שגויות רבות של תלמידים הן אינטואיטיביות. נמצא כי תגובות אלו נקבעות לפי מאפיינים חיצוניים של המטלה ולא דווקא לפי תחום התוכן שלה או לפי מיומנויות ותבניות החשיבה הנדרשות לפתרונה.

לפנינו שתי דוגמאות למטלות שנחקרו במסגרת הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A", יותר מ-B", כלומר, כאשר A גדול יותר, גם B גדול יותר.

דוגמה למטלה בפיזיקה במסגרת הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A", יותר מ-B": אדם מחזיק שתי קופסאות גפרורים בגובה של מטר מעל פני הקרקע. קופסה אחת מלאה בחול והאחרת ריקה. ברגע מסוים מרפה האדם משתי הקופסאות. האם שתי הקופסאות תגענה לקרקע באותו הזמן? אם לא, איזו קופסה תגיע ראשונה?

לפי חוקי הפיזיקה, שתי הקופסאות יגיעו לקרקע באותו זמן. עם זאת, מחקרים מראים שתלמידים רבים, לרבות סטודנטים לפיזיקה בשנתם הראשונה באוניברסיטה, סבורים כי הקופסה המלאה, הכבדה יותר, תגיע ראשונה לקרקע כי "יותר כבד – יותר מהר" (Champagne, Klopfer, & Anderson, 1980; Gunstone & White, 1981).

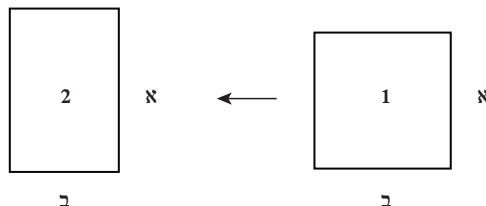
דוגמה למטלה בביוולוגיה במסגרת הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A", יותר מ-B": האם תא לבלב של עכבר הוא גדול מ- / שווה ל- / קטן מ- תא לבלב של פיל? הסבר מדוע.

קוטר התא של יונקים הוא בדרך כלל קבוע. עם זאת, מן המחקר התברר כי תלמידים רבים טענו כי לפיל תאים גדולים יותר מתאי העכבר כי "לבעל חיים גדול יותר – תאים גדולים יותר" (Tirosh & Stavy, 1999a).

בשתי המטלות הללו נמצא כי תלמידים רבים בגילים שונים עונים בהתאם לכלל "יותר מ-A", יותר מ-B". למטלות אלו, הלקוחות מתחומי תוכן שונים, יש מאפיינים משותפים: בכל אחת מהן נתונים שני עצמים, שאחד מהם גדול מן האחר בתכונה בולטת (A_1 גדול מ- A_2). התלמידים מתבקשים להשוות את העצמים בתכונה אחרת B (כאשר B_1 אינו גדול מ- B_2). בשתי המטלות האלה, ובעוד רבות אחרות שנבדקו, תלמידים

רבים השיבו כי "יותר מ-A" (התכונה הבולטת השונה), יותר מ-B" (התכונה שהתבקשו להשוות)". לפי תאוריית הכללים האינטואיטיביים, מטלות בעלות מאפיינים כאלה מפעילות את הכלל "יותר מ-A", יותר מ-B".

להלן שתי דוגמאות למטלות שנחקרו במסגרת הכלל האינטואיטיבי "A שווה, B שווה".



דוגמה למטלה בגאומטריה במסגרת הכלל האינטואיטיבי "A שווה, B שווה": לפניכם ריבוע (צורה 1). בריבוע זה הגדילו את צלע א ב-20% והקטינו את צלע ב ב-20%. התקבל מלבן (צורה 2). האם השטח של המלבן גדול מ- / שווה ל- / קטן מ- השטח של הריבוע? הסבר מדוע.

בחישוב השטחים אפשר לראות כי שטח הריבוע גדול משטח המלבן. שטח הריבוע הוא $a \times a$ שהוא a^2 . שטח המלבן הוא $0.8a \times 1.2a$ שהוא $0.96a^2$. עם זאת, מן המחקר התברר כי תלמידים רבים טענו כי אחוזו ההורדה וההוספה שווה, ולכן לריבוע ולמלבן שטח שווה לפי התפיסה: "החסרה והוספה שווה, שטח שווה" (Tirosh & Stavy, 1999a).

דוגמה למטלה בביולוגיה במסגרת הכלל האינטואיטיבי "A שווה, B שווה": לבני הזוג כרמל שני ילדים. לבני הזוג לזין ארבעה ילדים. האם הסיכוי שלמשפחת כרמל יש בן אחד ובת אחת קטן מ- / שווה ל- / גדול מ- הסיכוי שלמשפחת לזין יש שני בנים ושתי בנות?

בחישוב הסתברותי אפשר לראות כי בהנחה שכל לידה היא אירוע בלתי תלוי באירועים האחרים, ובכל לידה ההסתברות ללדת בן שווה להסתברות ללדת בת, ומאחר שבשתי לידות יש ארבעה צירופים אפשריים של סדר הלידה של שני המינים (2×2), למשפחת כרמל סיכוי של 2:4 (50%) שיהיו להם בן ובת, כלומר שניים מתוך ארבעת הצירופים של שני המינים לפי סדרי הלידה האפשריים האלה: בן + בן, בן + בת, בת + בן, בת + בת. לעומת זאת, למשפחת לזין יש סיכוי של 6:16 (37.5%) שיהיו להם שני בנים ושתי בנות. לפי אותה הנחה, עבור ארבע הלידות יהיו שישה צירופים של שני בנים ושתי בנות מתוך 16 (2^4) סדרי הלידה האפשריים. מן המחקר התברר כי תלמידים רבים טענו כי מכיוון שהיחס בין מספר הבנים לבין מספר הבנות בשתי המשפחות שווה, הסיכוי למספר זה של בנים ובנות בשתי המשפחות הוא שווה: "יחס שווה – סיכוי שווה" (Tirosh & Stavy, 1999a).

במטלות אלו ובמטלות אחרות נתון שוויון בולט בתכונה אחת A (A_1 שווה ל- A_2), והתלמידים מתבקשים להשוות בין העצמים בתכונה אחרת B (B_1 אינו שווה ל- B_2). בשתי המטלות שהצגנו, ובעוד רבות אחרות שנבדקו, תלמידים רבים השיבו כי " B_1 שווה ל- B_2 משום ש- A_1 שווה ל- A_2 ". לפי תאוריית הכללים האינטואיטיביים, מטלות בעלות מאפיינים אלו מפעילות את הכלל "A שווה B – B שווה A".

הטענה המרכזית של תאוריית הכללים האינטואיטיביים היא שתגובות התלמידים אינן נקבעות בהכרח לפי ידע ומיומנויות בתחום התוכן, אלא נקבעות במידה רבה על-פי מאפיינים חיצוניים בולטים של המטלה המפעילים מספר קטן של כללים אינטואיטיביים, ששניים מהם הודגמו למעלה. אם כן, לכללים האינטואיטיביים יש כוח ניבוי. כאשר מתארים מטלה מסוימת, אפשר לנבא כיצד התלמידים יענו עליה על סמך מאפייניה החיצוניים ועל סמך מספר קטן של כללים אינטואיטיביים. כמו כן, נמצא כי השפעת הכללים הללו היא אוניברסלית (Stavy, Babai, et al., 2006). חשוב לציין כי תגובות התלמידים בהתאם לכללים האינטואיטיביים הן נכונות במקרים רבים, וייתכן שזאת הסיבה לשכיחותם של הכללים. עם זאת, תגובות אלו מנוגדות לעתים לחשיבה המדעית המקובלת, והן מובילות לטעויות.

התגובות הוגדרו כאינטואיטיות מכיוון שהן ניתנות מיד ובביטחון רב, והן נראות למשיב כברורות מאליהן בלא כל צורך בבדיקה או הוכחה. פישביין (Fischbein, 1987) תיאר את התגובות האלה כמאפיינות את החשיבה האינטואיטיבית.

המחקר

כפי שתואר בדוגמאות, הכללים האינטואיטיביים משפיעים על תגובות התלמידים וגורמים להם לשגות בפתרון בעיות במדע ובמתמטיקה. מנקודת המבט החינוכית, חשוב אפוא לברר אם ניתן להחליש את השפעת הכללים ובכך לסייע לתלמידים להתגבר עליהם.

כדי לענות על שאלה זו התמקדנו בכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A, יותר מ-B" וחקרנו את מגגנוני החשיבה הקשורים בו. כמו כן, חקרנו את השפעתם של גורמים תלויי מטלה ותלויי נבחן על מידת השימוש בכלל אינטואיטיבי זה ועל היכולת להתגבר עליו ואת השפעתה של התערבות חינוכית על יכולת זו. במחקרים אלו השתמשנו בשיטות המחקר המקובלות בפסיכולוגיה קוגניטיבית ובחקר המוח. כמודל לבחינת גורמים אלו בחרנו במטלה של השוואת היקפים מתחום הגאומטריה, המושפעת מן הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A, יותר מ-B".

מאמר זה מסכם את סדרת הניסויים שערכנו או ערכו סטודנטים בהנחייתנו או בשיתוף פעולה עם עמיתינו. ניסויים אלו מנסים להבין את מגגנוני החשיבה העומדים ביסוד הכללים האינטואיטיביים בפתרון בעיות במדעים ובמתמטיקה. מרבית הממצאים המובאים בסיכום זה פורסמו בעבר כמחקרים נפרדים בלא הקשר כללי. במאמר זה

מוצגים הממצאים מנקודת מבט רחבה כדי לספק לקורא תמונה כוללת באשר לחשיבות התאורטית והמעשית של השפעת הכללים האינטואיטיביים.

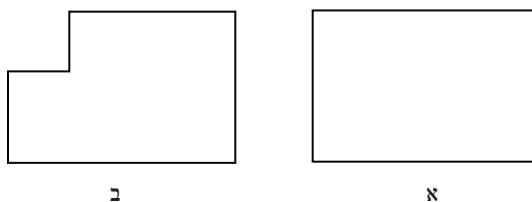
ממצאי הניסויים

השפעת גורמים תלויי מטלה על מידת ההשפעה של הכלל "יותר מ־A, יותר מ־B"

מחקר מקדים

במחקר, המתואר אצל סתוי ותירוש (Stavy & Tirosh, 2000, pp. 17-18), הוצגה לתלמידים מגיל הגן עד כיתה ט המטלה הזאת:

מטלה שהוצגה במסגרת מחקר על הכלל "יותר מ־A, יותר מ־B": צורה א היא מלבן. ממלבן זה הורד ריבוע קטן מחלקו השמאלי העליון ונוצרה צורה ב. האם לדעתך ההיקף של צורה ב גדול מ־ / שווה ל־ / קטן מ־ ההיקף של צורה א? צורה א היא מלבן. ממלבן זה הורד ריבוע קטן מחלקו השמאלי העליון ונוצרה צורה ב.



נמצא כי לפחות 70% מן התלמידים בכל אחת משכבות הגיל טענו באופן שגוי כי לצורה א היקף גדול יותר, משום שיש לה שטח גדול יותר. תגובות התלמידים תאמו את הכלל האינטואיטיבי "יותר מ־A (שטח), יותר מ־B (היקף)". אם כן, ניתן לשער כי שיעור ההצלחה יהיה גבוה יותר כאשר תוצג מטלה התואמת את הכלל, כלומר לצורה בעלת השטח הגדול יותר יהיה גם היקף גדול יותר (ראו איור 1). השערה זו אוששה במספר רב של מחקרים, שנמצא בהם ששיעור ההצלחה במטלות התואמות את הכלל האינטואיטיבי הוא גבוה מאוד.

מחקרי זמן תגובה

לבחינת מנגנוני החשיבה הקשורים בהתגברות על הכלל האינטואיטיבי השתמשנו במחקרי זמן תגובה (reaction time). זמן תגובה הוא כלי מחקר נפוץ ביותר בפסיכולוגיה קוגניטיבית, ובמסגרתו נמדד הזמן מרגע הופעת המטלה ועד מתן התגובה. זמן זה משמש מדד למורכבות הפעילות המוחית. ככל שתהליך העיבוד מורכב יותר, כך זמן התגובה ארוך יותר.

באמצעות כלי זה ניתן לברר אם התגברות על ההפרעה הנגרמת על-ידי הכלל האינטואיטיבי כרוכה בפעילות מוחית מורכבת יותר. במילים אחרות, האם זמן התגובה למענה נכון לאחר התגברות על הכלל האינטואיטיבי יהיה ארוך מזמן התגובה למענה נכון למטלות התואמות את הכלל.

למחקר זמן התגובה נבחרו מטלות של השוואת היקפים, שמקצתן תאמו את הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A", ויותר מ-B" והאחרות היו מנוגדות לו. יש שני סוגים אפשריים של מטלות המנוגדות לכלל: מטלות שהתשובה הנכונה להן היא ניגוד (שטח יותר גדול – היקף קטן יותר), ומטלות שהתשובה הנכונה להן היא שוויון (שטח יותר גדול – היקף שווה). כדי לבחון אם יש הבדל בין שני סוגי המטלות המנוגדות לכלל באחוזי ההצלחה ובזמן התגובה, נבחרו דוגמאות מייצגות של מטלות והן מוצגות באיור 1.

1. מטלה של השוואת היקפים שבה התגובה הנכונה תואמת את הכלל האינטואיטיבי:



התאמה:

לצורה השמאלית שטח גדול יותר והיקף גדול יותר

2. מטלות של השוואת היקפים שבהן התגובה הנכונה אינה תואמת את הכלל האינטואיטיבי:



א. חוסר התאמה של ניגוד:

לצורה השמאלית שטח גדול יותר והיקף קטן יותר



ב. חוסר התאמה של שוויון:

לצורה השמאלית שטח גדול יותר אך ההיקפים שווים

איור 1: דוגמאות למטלות השוואת היקפים הנמצאות בהתאמה או בחוסר התאמה לכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A", יותר מ-B"

הנבחנו במחקר זמן התגובה היו תלמידי כיתה ח ($n = 46$), והם התבקשו להשוות את ההיקפים של זוגות צורות שהוצגו להם על גבי צג מחשב (זילבר, 2004). לתלמידים הוצגו 48 מטלות, 16 מכל סוג (התאמה לכלל, חוסר התאמה של ניגוד וחוסר התאמה של שוויון). התלמידים השיבו בלחיצה על מקשים, מקש שונה לכל אחת מן התשובות האלה: היקף הצורה הימנית גדול יותר, היקף הצורה השמאלית גדול יותר, היקפי שתי הצורות שווים. נתוני תגובות התלמידים מוצגים בלוח 1 (שם).

לוח 1: אחוז התשובות הנכונות למטלות השוואת היקפים
וזמן התגובה הממוצע (בשניות) לתשובות נכונות

סוג המטלה	אחוז תשובות נכונות (SE)	זמן תגובה ממוצע בשניות (SE)
התאמה לכלל	93.0 (1.3)	1.6 (0.1)
חוסר התאמה של ניגוד	54.6 (6.5)	2.1 (0.2)
חוסר התאמה של שוויון	23.4 (4.3)	2.2 (0.2)

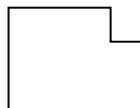
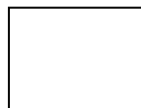
מן התוצאות של מחקר זמן התגובה בלוח 1 עולה כי אחוז ההצלחה במטלות התואמות את הכלל "יותר מ-A, יותר מ-B" גדול יותר מאחוז ההצלחה במטלות של חוסר התאמה של ניגוד $t(45) = 6.99, p < .05$, Cohen's $d = 1.22$ וגדול מאחוז ההצלחה במטלות של חוסר התאמה של שוויון, $t(45) = 11.56, p < .05$, Cohen's $d = 3.27$ (מבחן t לתצפיות מזווגות). נוסף על כך, מתברר כי במטלות מסוג חוסר התאמה של שוויון, אחוז ההצלחה נמוך יותר מאשר במטלות חוסר התאמה של ניגוד, $t(45) = 6.27, p < .05$, Cohen's $d = 0.84$ (מבחן t לתצפיות מזווגות). כמו כן, זמני התגובה בתשובות נכונות במטלות התואמות את הכלל הם קצרים בהשוואה לזמן התגובה בתשובות נכונות במטלות של חוסר התאמה של ניגוד, $t(30) = 3.48, p < .05$, Cohen's $d = 0.58$ (מבחן t לתצפיות מזווגות). לא נערכה השוואה סטטיסטית למטלות מסוג חוסר התאמה של שוויון עקב מספר הנבחנו הנמוך, שהשיבו נכונה על מטלות מסוג זה (זילבר, 2004).

כאשר התלמידים התבקשו להשוות באותו מבחן את השטחים ולא את ההיקפים, התברר כי אחוז ההצלחה היה גבוה ודומה בכל סוגי המטלות, 91.4% בממוצע. כמו כן, זמן התגובה הממוצע לתשובות נכונות בהשוואת שטחים היה קצר יחסית, 1.3 שניות, וגם הוא דומה בכל סוגי המטלות.

כיצד ניתן להסביר את הממצאים האלה?

העובדה שזמן התגובה בהשוואת השטחים היה קצר מזמן התגובה בהשוואת ההיקפים מרמזת שהשטח הוא אכן התכונה הבולטת, שתהליך עיבודה הוא כנראה מהיר ואוטומטי. כאשר התלמיד מתבקש להשוות היקפים, הוא אינו יכול להימנע מעיבוד המידע על השטח במקביל לעיבוד המידע הרלוונטי להשוואת ההיקפים עקב הבולטות של תכונת השטח. אם התוצאה של השוואת השטחים מתאימה לתוצאה של השוואת ההיקפים, כפי שמתקיים במטלות התואמות את הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A (שטח), יותר מ-B (היקף)", לא נוצרת סתירה, והפותר משיב נכון ומהר. לעומת זאת, אם תוצאה של השוואת השטח אינה מתאימה לתוצאת השוואת ההיקפים, כפי שמתקיים במטלות שאינן תואמות את הכלל האינטואיטיבי, נוצרת סתירה. פתרון נכון מתוך התגברות על הסתירה כרוך בהשקעת מאמץ מנטלי, המתבטא בהארכת זמן התגובה. במקרים שבהם הפותר לא התגבר על ההפרעה של המידע על השטח, הוא ישיב על מטלות אלו באופן שגוי בהתאם לכלל האינטואיטיבי. מקור הממצא, העולה מלוח 1, שלפיו אחוז ההצלחה במטלות חוסר התאמה של שוויון נמוך יותר מאחוז ההצלחה במטלות חוסר התאמה של ניגוד עדיין לא נחקר.

כדי לאשש את היותו של השטח תכונה בולטת שתהליך עיבודה הוא אוטומטי, בנינו מבחן זמן תגובה נוסף של השוואת היקפים. במבחן זה הגברנו את הבולטות של תכונת השטח, למשל על-ידי הצגת צורות מלאות במקום צורות ממסגרות (ראו איור 2) או על-ידי הגדלת ההפרש בין השטחים של שתי הצורות (ראו איור 3), וכך הגדלנו את ההפרעה של תכונת השטח במצב שאינו תואם את הכלל.

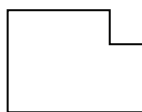
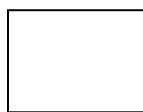


צורות ממסגרות

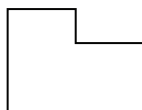


צורות מלאות

איור 2: דוגמה לאותה מטלה המוצגת באמצעות צורות מלאות או ממסגרות



הפרש קטן בין שטחי הצורות



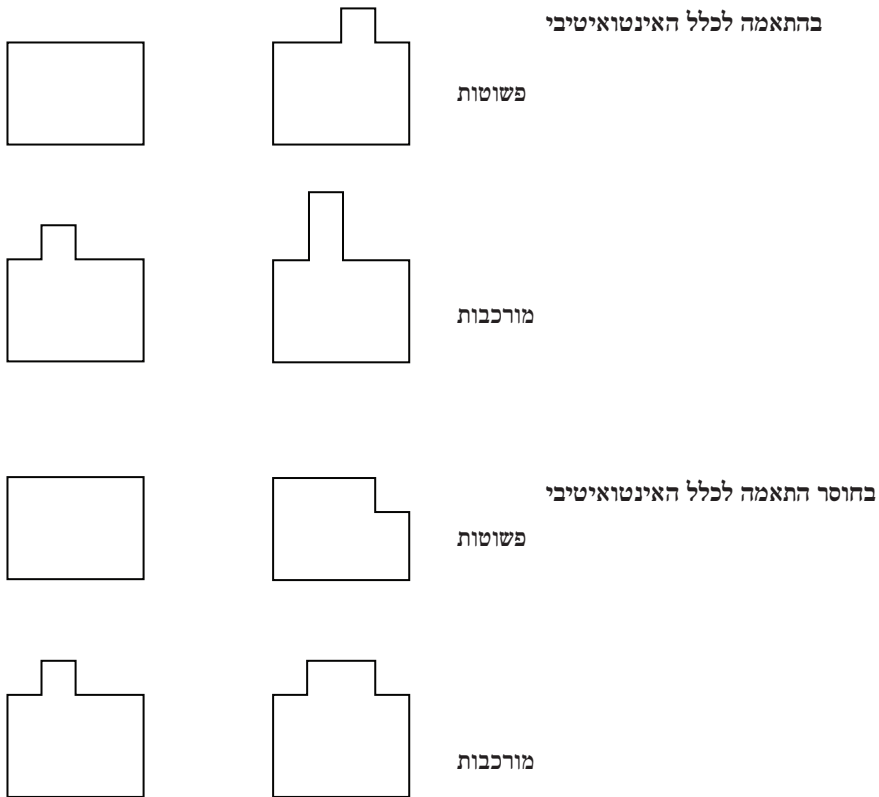
הפרש גדול בין שטחי הצורות

איור 3: דוגמאות למטלות שיש בהן הפרש קטן והפרש גדול בין שטחי הצורות

במבחן השוואת ההיקפים, שבו הוגברה הבולטות של תכונת השטח, השתתפו 18 נבחנים מבוגרים בטווח הגילים 20–38 (Stavy & Babai, 2008) ($M = 27.3$). במבחן זה נמצא כי אחוזי ההצלחה בחישוב היקף הצורות המלאות היה גבוה (73%) באופן מובהק סטטיסטית מאחוזי ההצלחה בחישוב היקף הצורות הממוסגרות (63%), $t(17) = 2.64, p < .05$, Cohen's $d = 0.37$ (מבחן t לתצפיות מזווגות), בלא הבדל ניכר בזמן התגובה הממוצע. זאת ועוד, כאשר ההפרש בין שטחי הצורות היה קטן, מצב שבו ההפרעה של תכונת השטח הייתה נמוכה, אחוזי ההצלחה (81%) היה גבוה באופן מובהק סטטיסטית מאחוזי ההצלחה (54%) במצב שבו ההפרש בין שטחי הצורות היה גדול וההפרעה הייתה גדולה, $t(17) = 5.85, p < .001$, Cohen's $d = 1.01$ (מבחן t לתצפיות מזווגות).

אם כן, ראינו שמידת ההתאמה של המטלה לכלל האינטואיטיבי משפיעה במידה ניכרת על אחוזי ההצלחה בפתרונה. כמו כן, התברר כי מידת הבולטות של תכונת השטח, אף שכלל אינה רלוונטית לפתרון, משפיעה על אחוזי ההצלחה בפתרון. האם גורמים נוספים הקשורים במטלה ישפיעו על אחוזי ההצלחה בפתרונה ועל זמן התגובה? למשל, האם תהיה השפעה למידת מורכבותן של הצורות המוצגות בה?

על מנת לבחון שאלה זו במסגרת השוואת ההיקפים הורכב מבחן זמן תגובה נוסף, ובו מטלות פשוטות ומורכבות. המטלות הפשוטות כללו מלבן אחד ומצולע שנגזר ממנו על-ידי הוספה או הורדה של מלבן או ריבוע קטן. המטלות המורכבות כללו שני מצולעים הנגזרים זה מזה על-ידי הוספה או הורדה של מלבן או ריבוע קטן. במאמר זה התמקדנו בשני סוגי מטלות: מטלות התואמות את הכלל ומטלות של חוסר התאמה של שוויון (Stavy & Babai, 2008). בחרנו להתמקד בהמשך בשני המצבים הללו, משום שההבדל ביניהם באחוזי ההצלחה נמצא גדול יותר מן ההבדל באחוזי ההצלחה בין המטלות התואמות את הכלל לבין המטלות של חוסר התאמה של ניגוד. דוגמאות של מטלות מובאות באיור 4.



איור 4: דוגמאות למטלות פשוטות ומורכבות הנמצאות בהתאמה או בחוסר התאמה של שוויון לכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A, יותר מ-B"

במבחן המטלות הפשוטות והמורכבות התבקשו אותם 18 נבחנים מבוגרים להשוות את ההיקפים של זוגות צורות, שהוצגו על גבי צג מחשב. לנבחנים הוצגו 64 מטלות, 16 מכל סוג ורמת מורכבות (התאמה לכלל – פשוטות, התאמה לכלל – מורכבות, חוסר התאמה של שוויון – פשוטות וחוסר התאמה של שוויון – מורכבות). הנבחנים השיבו בלחיצה על מקשים, מקש מתאים לכל אחת משלוש התשובות האלה: היקף הצורה הימנית גדול יותר, היקף הצורה השמאלית גדול יותר, היקפי שתי הצורות שווים. נתוני תגובות הנבחנים מוצגים בלוח 2.

לוח 2: אחוז התשובות הנכונות למטלות פשוטות ומורכבות של השוואת היקפים
וזמן התגובה הממוצע (בשניות) לתשובות נכונות

זמן התגובה הממוצע בשניות (SE)	אחוז התשובות הנכונות (SE)	מורכבות המטלות	סוג המטלה
1.2 (0.06)	88.2 (3.4)	פשוטות	התאמה לכלל
1.1 (0.05)	87.9 (3.7)	מורכבות	
1.2 (0.06)	81.3 (5.8)	פשוטות	חוסר התאמה של שוויון
1.6 (0.18)	39.2 (8.1)	מורכבות	

כפי שעולה מלוח 2 ומניתוח שונות עם תצפיות חוזרות (repeated measure analysis of variance – ANOVA), נמצא שוני מובהק סטטיסטית באחוזי ההצלחה לפי מידת ההתאמה לכלל, $F(17) = 21.59, p < .001, \eta^2_p = 0.559$, ולפי מורכבות המטלות, $F(17) = 40.50, p < .001, \eta^2_p = 0.704$. מן הניתוח עולה כי יש אינטראקציה מובהקת סטטיסטית בין מידת ההתאמה לכלל לבין מורכבות המטלות, $F(17) = 30.22, p < .001, \eta^2_p = 0.640$. השפעת המורכבות באה לידי ביטוי רק במטלות שאינן בהתאמה לכלל האינטואיטיבי, $t(17) = 6.15, p < .001, \text{Cohen's } d = 1.44$ (מבחן t לתצפיות מזווגות). נמצא שוני מובהק סטטיסטית בזמן התגובה לתשובות נכונות לפי מידת ההתאמה לכלל, $F(10) = 7.84, p < .05, \eta^2_p = 0.439$. כמו כן, נמצאה אינטראקציה מובהקת סטטיסטית בין מידת ההתאמה לכלל לבין מורכבות המטלות, $F(10) = 15.79, p < .01, \eta^2_p = 0.612$. ההשפעה של מורכבות המטלות באה לידי ביטוי בהארכת זמן התגובה רק במטלות המורכבות שאינן בהתאמה לכלל האינטואיטיבי, $t(10) = 2.70, p < .05, \text{Cohen's } d = 1.04$ (מבחן t לתצפיות מזווגות). במטלות מורכבות מסוג חוסר התאמה של שוויון דרשה השוואת ההיקפים מאמץ רב יותר, שבא לידי ביטוי בזמן תגובה ארוך יחסית ובאחוז נמוך יחסית של תשובות נכונות.

ההבדל המרכזי בין מטלות פשוטות לבין מטלות מורכבות נעוץ, ככל הנראה, בכמות המידע שיש לעבד בזמן השוואת ההיקפים, או במילים אחרות, בעומס הקוגניטיבי. מטלה מורכבת כוללת שתי צורות שאינן שגרתיות ומכילה מידה רבה של מידע הקשור לפתרון. לעומתה, מטלה פשוטה כוללת שתי צורות, שגרתית (מלבן) ובלתי שגרתית, ומכילה מידה פחותה של מידע הקשור לפתרון. במהלך הפתרון על הפותר להחזיק את

כל המידע הרלוונטי לפתרון בזיכרון העבודה שלו. ידוע כי קיבולת זיכרון העבודה היא מוגבלת ויכולה להשתנות מאדם לאדם (להיבט זה נתייחס בהמשך).

בהקשר החינוכי, ממצאים אלו מורים על אפשרות לגבש החלטות מושכלות בעת בחירת דוגמאות ומטלות לתהליך ההוראה. אפשר, למשל, להתחשב ברמת הקושי של מטלה מסוימת לפי הגורמים תלויי המטלה שהוזכרו למעלה. לדוגמה, כדי להעריך את יכולת התלמידים לפתור סוג מסוים של מטלות אפשר לבחור להשתמש במטלה שאינה תואמת את החשיבה האינטואיטיבית ולא במטלה התואמת אותה, משום שניתן לענות נכונה על מטלה התואמת את החשיבה האינטואיטיבית מתוך התבססות על גורם בולט ובלתי רלוונטי. נוסף על כך, חשוב לציין ששתי מטלות הנראות שוות ערך זו לזו מבחינה מדעית או מתמטית יכולות להיות שונות מאוד מבחינה פסיכולוגית. למשל, מטלת השוואת ההיקפים של צורות מורכבות (במצב של חוסר התאמה עם הכלל האינטואיטיבי) כרוכה במאמץ מנטלי רב יותר ממטלה דומה שמושוות בה צורות פשוטות.

עקב ההשפעה הגדולה של מידת ההתאמה של מטלות השוואת היקפים לכלל האינטואיטיבי על אחוזי ההצלחה וזמן התגובה בפתרון מתעוררת השאלה אם וכיצד נבדלת החשיבה, הקשורה במענה נכון במצב התואם את הכלל האינטואיטיבי, מן החשיבה הקשורה במענה נכון במצב שאינו תואם את הכלל. על שאלה זו ניסינו לענות באמצעות מחקר הדמיה מוחית.

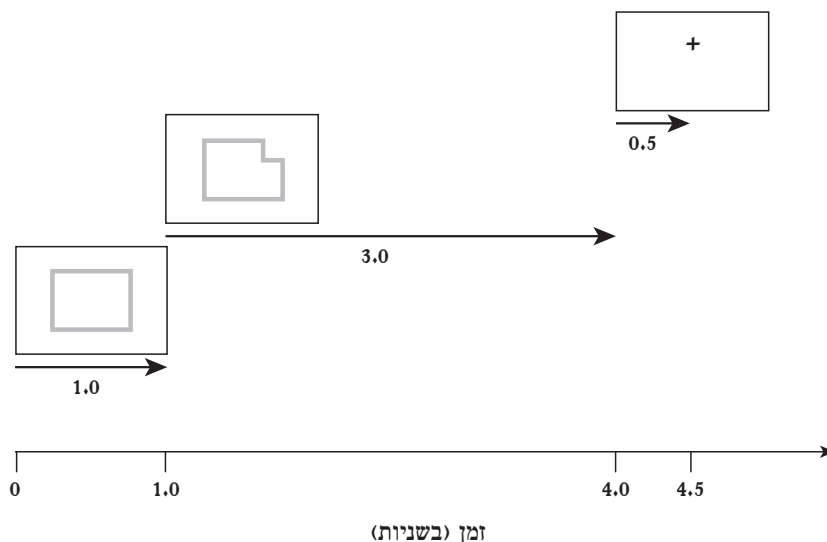
מחקר הדמיה מוחית

מטרתנו במחקר זה הייתה לברר אם החשיבה הקשורה במענה נכון במצב התואם את הכלל האינטואיטיבי תפעיל אזורים מוח אחרים מאשר החשיבה הקשורה במענה נכון במצב שאינו תואם לו. לשם כך השתמשנו בהדמיה בתהודה מגנטית תפקודית (functional Magnetic Resonance Imaging – fMRI), המאפשרת לקבוע אילו אזורים מוח מופעלים בשעה שהנבחן מבצע סוגים שונים של פעילות מחשבתית.

תאי העצב (הנוירונים) זקוקים לאנרגיה כדי לפעול. חומרי הדלק שלהם הם גלוקוז וחמצן, הנישאים עם זרם הדם. כאשר אזור מסוים במוח מופעל, חומרים אלו זורמים אליו וריכוזם בסביבה המופעלת גדל. הדמיית ה-fMRI מראה את האזורים המופעלים, כלומר את האזורים שבהם ריכוז החמצן (או ליתר דיוק, ריכוז ההמוגלובין נושא החמצן) גדול יחסית.

השתמשנו שוב במטלת השוואת ההיקפים שתוארה למעלה. הנבחים היו 14 מאותם 18 מבוגרים. במבחן נכללו 48 מטלות התואמות את הכלל האינטואיטיבי "יותר מ־A", יותר מ־B" ו־80 מטלות של חוסר התאמה של שוויון (Stavy, Goel, Critchley, & Dolan, 2006). הצורות בכל זוג הוצגו בזו אחר זו. הצורה הראשונה הופיעה על המסך למשך שנייה אחת, והצורה השנייה הופיעה למשך שלוש שניות, שבמהלכן היה על הנבחן להחליט אם ההיקף של הצורה השנייה גדול מ־ / שווה ל־ / קטן מ־ ההיקף של הצורה הראשונה וללחוץ על כפתור מתאים בתיבת תגובה מיוחדת (תיאור מערך המחקר

מופיע באיור 5). לאחר מכן הופיע סימן + במרכז המסך למשך חצי שנייה כדי למקד את מבטו של הנבדק לקראת הצגת זוג הצורות הבא. הנתונים של אחוזי ההצלחה, זמן התגובה והפעילות המוחית של כל נבחן נאספו ונותחו.



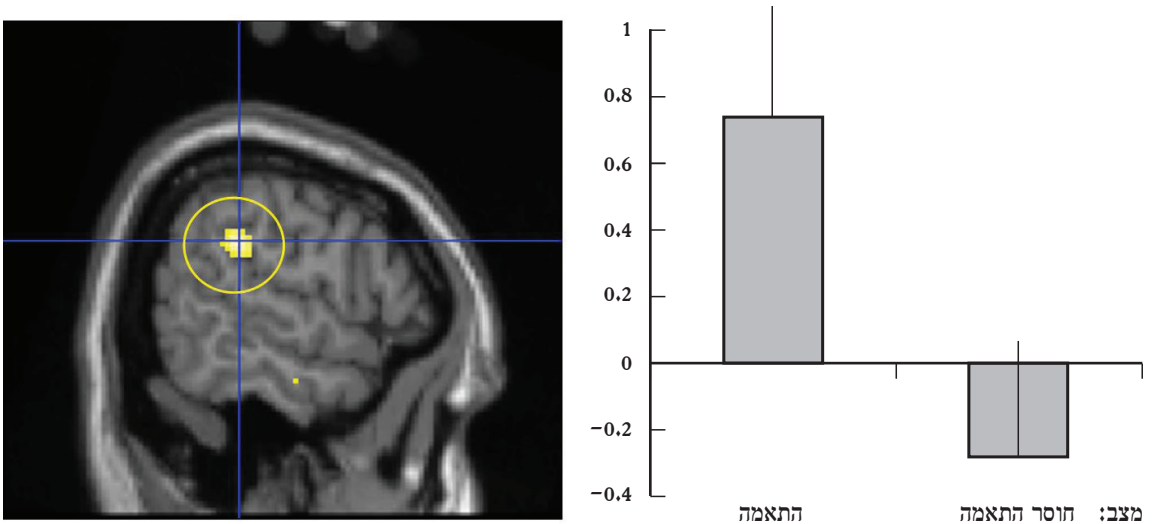
איור 5: מערך מחקר ההדמיה המוחית (הדוגמה המוצגת היא של מטלה שאינה תואמת את הכלל)

התוצאות של אחוזי ההצלחה וזמן התגובה בפתרון המטלות היו דומות לאלו שהתקבלו במחקרים קודמים. מניתוח שונות עם תצפיות חוזרות עולה כי אחוזי ההצלחה במצב התואם את הכלל האינטואיטיבי (92%) היה גדול באופן מובהק סטטיסטית ($p < .001$) מאחוזי ההצלחה במצב שאינו תואם אותו (65%), וזמן התגובה למענה נכון היה קצר באופן מובהק סטטיסטית ($p < .01$) במצב התואם את הכלל (1.2 שניות) לעומת זה שאינו תואם אותו (1.5 שניות).

על מנת לקבוע אילו אזורי מוח מופעלים בחשיבה התואמת את הכלל האינטואיטיבי השווינו במחקר זה את פעילות המוח בעת מתן תשובות נכונות למטלות התואמות את הכלל לעומת פעילותו בעת מתן תשובות נכונות למטלות שאינן תואמות לו. תהליך זה מבצע מעין "החסרה" של ערכי הפעילות המוחית (הנמדדים כאחוזי השינוי החל באיתותים – percent signal change) במצב שאינו תואם את הכלל האינטואיטיבי מִעֶרְכֵי הפעילות המוחית במצב התואם את הכלל.

באיור 6 מודגמת הדמיה של צדו הימני של המוח בחתך סגייטלי (בין הפנים לבין הגב במאונך לרצפה) ולצדה תרשים עמודות. בהדמיה נראית הפעילות המוחית באונה הקדקודית (parietal) בעת מתן תשובות נכונות. הכתם הבהיר המוקף בעיגול

צהוב משקף את ההפרש שבין ערכי הפעילות המוחית באזור זה במצב של התאמה לכלל האינטואיטיבי לבין ערכי הפעילות המוחית במצב של חוסר התאמה לו באותו אזור. תרשים העמודות מתאר את ערכי הפעילות המוחית (ציר y) במצב של התאמה לכלל האינטואיטיבי ובמצב של חוסר התאמה לו (ציר x) באזור הפעילות המוגברת¹. (coordinates = 60, -34, 28; BA = 40)



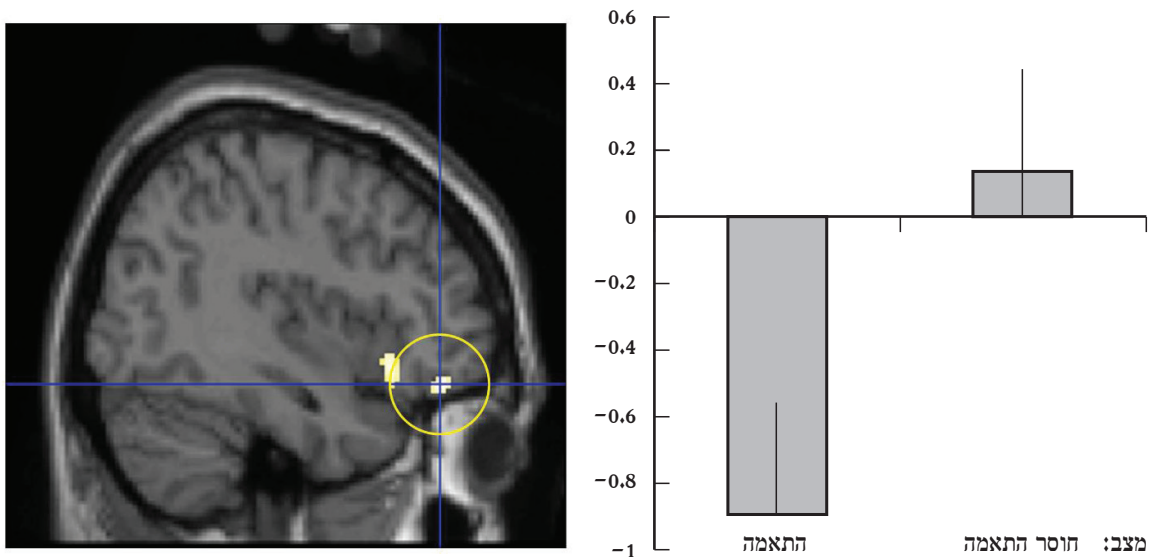
איור 6: פעילות מוחית באונה הקדקדית בעת מתן תשובות נכונות, המשקפת את ההפרש בין ערכי הפעילות במצב של התאמה לכלל האינטואיטיבי לבין ערכי הפעילות במצב של חוסר התאמה לכלל

באיור 6 נראית פעילות מוגברת, הקשורה בחשיבה התואמת את הכלל האינטואיטיבי, באזורים הנמצאים באונות הקדקדיות בצדי המוח. האזורים הקדקדיים האלה ידועים במעורבותם בעיבוד של מידע תחושי (פרספואלי) ומרחבי וכן בעיבוד הקשור בהשוואת כמויות – מספרים וכמויות רציפות אחרות, כגון השטח המחושב במטלה שלנו (Fias, Lammertyn, Reynvoet, Dupont, & Orban, 2003; Pinel, Piazza, Le, Bihan, & Dehaene, 2004). פעילות זו משקפת, ככל הנראה, את ההשוואה האוטומטית של ממד השטח, הבולט במטלה זו אך אינו רלוונטי. אזורים קדקדיים במיקום דומה הופעלו כאשר השווינו את פעילות המוח בעת מתן תשובות אינטואיטיביות שגויות למטלות שפתרון הנכון אינו תואם את הכלל האינטואיטיבי לעומת פעילותו בעת מתן תשובות נכונות למטלות מסוג זה.

1 המיקום במוח של אזור הפעילות המוגברת מצוין באמצעות קואורדינטות, ונוסף עליהן מצוין האזור המבני לפי החלוקה של ברודמן לאזורי קליפת המוח (Brodmann Area – BA).

על מנת לקבוע אילו אזורי מוח מופעלים בחשיבה במצב שאינו תואם את הכלל האינטואיטיבי ובהתגברות על הקונפליקט השווינו את פעילות המוח בעת מתן תשובות נכונות למטלות של אי-התאמה לכלל האינטואיטיבי לעומת פעילותו בעת מתן תשובות נכונות למטלות במצב של התאמה לכלל. גם בתהליך זה בוצעה מעין "החסרה" של ערכי הפעילות המוחית במצב התואם את הכלל האינטואיטיבי מִעֲרֵכֵי הפעילות המוחית במצב שאינו תואם את הכלל.

באיור 7 מודגמת הדמיה של צדו הימני של המוח בחתך סגיסלי ולצדה תרשים עמודות. בהדמיה נראית הפעילות המוחית באונה הקדם-מצחית – האורביטו-פרונטלית (orbito-frontal) בעת מתן תשובות נכונות. הכתם הבהיר המוקף בעיגול צהוב משקף את ההפרש שבין ערכי הפעילות המוחית במצב של חוסר התאמה לכלל האינטואיטיבי לבין ערכי הפעילות המוחית במצב של התאמה לו. תרשים העמודות מתאר את ערכי הפעילות המוחית (ציר y) במצב של חוסר התאמה לכלל האינטואיטיבי ובמצב של התאמה לו (ציר x) באזור הפעילות המוגברת ($BA = 11/47$; $coordinates = 40, 42, -16$).



איור 7: פעילות מוחית באונה הקדם-מצחית בעת מתן תשובות נכונות, המשקפת את ההפרש בין ערכי הפעילות במצב של חוסר התאמה לכלל האינטואיטיבי לבין ערכי הפעילות במצב של התאמה לכלל

באיור 7 נראית פעילות מוגברת באזורים הקדם-מצחיים, הקשורה בחשיבה במצב שאינו תואם את הכלל האינטואיטיבי ובהתגברות על הקונפליקט שבין תוצאות העיבוד של ממד ההיקף לבין תוצאות העיבוד האוטומטי של ממד השטח. האזורים הקדם-מצחיים הללו ידועים במעורבותם בבקרה ביצועית מעכבת (executive inhibitory control) על חלקי מוח אחרים ופנימיים בעת עיבוד של פונקציות קוגניטיביות שונות (למשל,

קליפת המוח האורביטו-פרונטלית במקרה שלנו הוא לעכב את העיבוד האוטומטי של הממד המפריע (שטח) באונות הקדקודיות וכך למנוע את הפרעתו ולאפשר פתרון נכון, המבוסס על עיבוד נתוני ההיקף.

אזורים קדם-מצחיים במיקום דומה הופעלו כאשר השוינו את פעילות המוח בעת מתן תשובות נכונות למטלות שאינן תואמות את הכלל האינטואיטיבי לעומת פעילותו בעת מתן תשובות אינטואיטיביות שגויות (בהתאם לכלל) למטלות מסוג זה.

לסיכום, מחקר ההדמיה המוחית הראה שאזורי מוח שונים מופעלים כאשר אדם פותר נכונה מטלה התואמת את הכלל האינטואיטיבי לעומת מטלה הנוגדת אותו, אף שהאדם אינו מודע כלל להבדל בין המטלות. כאשר אדם עונה נכונה למטלות שאינן תואמות את הכלל האינטואיטיבי, מופעלים אזורי מוח הקשורים בבקרה ביצועית מעכבת. מן הראוי לשים לב כי במחקר ההדמיה יש התייחסות גם לפעילות המוח כאשר הנבחן עונה תשובה שגויה למצב שאינו תואם – במקרה זה מתקבלת תמונת פעילות כמו במענה נכון על המצב התואם. לפיכך, מחקר ההדמיה והדיון בו מתייחסים גם לתשובות נכונות (בשני המצבים) וגם לשגויות (במצב שאינו תואם).

הממצאים הללו מלמדים על חשיבותם הרבה של מנגנוני הבקרה (executive functions) בהתגברות על הקונפליקט שבין החשיבה הפורמלית-לוגית לבין החשיבה האינטואיטיבית, ומתוך כך בהתגברות על ההפרעה הנגרמת בשל הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A, יותר מ-B" בעת פתרון בעיות במדע ובמתמטיקה הקשורות בו. נוסף על כך, הממצאים מורים על אפשרות לשפר את יכולתם של תלמידים בפתרון בעיות כאלה אם מחזקים את מנגנוני הבקרה האלה, למשל, באמצעות התערבות שמטרתה להסב את תשומת לבם של התלמידים לגורם הרלוונטי בבעיה ולגרום להם להתעלם מן הגורם המפריע בה.

השפעתה של התערבות חינוכית על מידת ההשפעה של הכלל "יותר מ-A, יותר מ-B"

האם התערבות חינוכית, שמטרתה להסב את תשומת לבם של תלמידים לגורם הרלוונטי בבעיה ולגרום להם להתעלם מן הגורם המפריע בה, תביא לשיפור בהישגיהם במטלת השוואת היקפים במצב של חוסר התאמה עם הכלל "יותר מ-A, יותר מ-B"? במטרה להבין כיצד להתערבות משפיעה על מנגנוני החשיבה בדקנו גם כיצד התערבות כזו תשפיע על מהירות התגובה (Babai, Zilber, Stavy, & Tirosh, 2010).

מבחן מקדים

במבחן מקדים ניגשו תלמידים משתי כיתות ח ($n = 47$) למבחן זמן תגובה יחידני ממוחשב, שבהן השוואת שטחים והשוואת היקפים בוווגות של צורות גאומטריות. מחצית מן התלמידים ענו קודם על בעיית השוואת השטחים ולאחר שבוע ענו על בעיית

השוואת ההיקפים, ומחציתם ענו על הבעיות בסדר הפוך – קודם על בעיית השוואת ההיקפים ולאחר מכן על בעיית השוואת השטחים.

כדי לענות על שאלות המחקר בחרנו להתמקד ב־32 התלמידים שאחוזי הצלחתם במבחן המקדים היו נמוכים מאוד, פחות מ־33%, שהם אחוזי ההצלחה האקראית הצפויים כאשר יש לבחור אחת משלוש אפשרויות: גדול מ־ / שווה ל־ / קטן מ־. תלמידים אלו הפגינו בבעיה זו אי־יכולת להתגבר על ההפרעה של הכלל האינטואיטיבי. 21 תלמידים היו מכיתה אחת והם היוו את קבוצת הניסוי, ואילו 11 התלמידים הנוספים היו מן הכיתה האחרת והם שימשו קבוצת ביקורת.

ניסוי ההתערבות נערך כחודש לאחר המבחן המקדים, והוא כלל התערבות בכיתת הניסוי לכלל תלמידי הכיתה, כמתואר בהמשך. בכיתת הביקורת לא נעשתה כל התערבות. לאחר ההתערבות נבחנו שוב באופן יחידי כל אחד מתלמידי כיתת הניסוי, ותלמידי כיתת הביקורת נבחנו במבחן מאוחר הווה למבחן המקדים.

התערבות להסבת תשומת לבם של התלמידים לגורם הרלוונטי בבעיה מטרת ההתערבות הייתה להסב את תשומת לבם של התלמידים למשתנה הרלוונטי בבעיה. לתלמידים הודגמה מטלה, הידועה כמעוררת תגובה לא נכונה על סמך ממד שאינו רלוונטי לבעיה (שטח, במקרה שלנו) ומפעילה את הכלל האינטואיטיבי. לאחר מכן כיוונו את תשומת לבם לממד הרלוונטי (היקף, במקרה שלנו). התערבות כזו אמורה להעלות את מודעות התלמידים לאי־התאמתה של דרך חשיבתם הראשונית ולחיפוש דרך אחרת של פתרון שתוביל אותם למענה נכון. ההתערבות בקבוצת הניסוי כללה שלושה שלבים, והיא נערכה במסגרת שיעור אחד.

שלב 1: עבודה יחידנית – השוואת היקפים. כל תלמיד קיבל שלוש מעטפות אטומות, בכל אחת מהן שתי צורות מקרטון (ראו איור 8).



מצב: התאמה לכלל חוסר התאמה של ניגוד חוסר התאמה של שוויון

איור 8: דוגמאות של בעיות שניתנו בשלב הראשון של ההתערבות

מעטפה א הכילה צורות המייצגות מצב של התאמה לכלל האינטואיטיבי "יותר מ־A", יותר מ־B", מעטפה ב ומעטפה ג הכילו צורות המייצגות את המצבים של חוסר ההתאמה

(של ניגוד ושל שוויון, בהתאמה). התלמידים התבקשו לפתוח את מעטפה א, להשוות את ההיקפים של שתי הצורות שהיו בה, לרשום את החלטתם במחברת ולהסבירה. אחר כך הם התבקשו לעשות כך בנוגע לשתי הצורות במעטפה ב ולבסוף בנוגע לשתי הצורות במעטפה ג. צורות הקרטון שהשתמשו בהן בהתערבות היו שונות מאלו שהופיעו במבחן השוואת השטחים וההיקפים.

שלב 2: הסבת תשומת לבם של התלמידים לגורם הרלוונטי בבעיה. במהלך דיון כיתתי התבקשו התלמידים להציג את פתרונותיהם על הלוח ולהסביר אותם לכיתה. תלמיד אחד הוזמן. הוא הציג הסבר נכון וטען שגם השטח וגם ההיקף של צורה 2 היו גדולים מאלו של צורה 1. כל התלמידים הסכימו אתו. בהמשך, בהקשר למצב של חוסר התאמה של ניגוד (מעטפה ב), התלמיד שגה וטען שהשטח וההיקף של צורה 3 גדולים מאלו של צורה 4. תלמידים רבים הסכימו אתו. ואולם, תלמידים אחדים טענו בצדק שתשובה זו אינה נכונה ואמרו שאף שהשטח של צורה 3 גדול מזה של צורה 4, היקפה קטן יותר. קביעה זו עוררה דיון סוער בכיתה. תלמידים השתכנעו לאחר שאחד מהם הניח את צורה 4 מעל צורה 3 והראה בעזרת החפיפה המוחשית הזאת שאף שהשטח של צורה 4 קטן יותר, היקפה גדול יותר. עקב כך שינו רוב התלמידים גם את תגובתם הראשונה, השגויה, בנוגע למצב של חוסר התאמה של שוויון (מעטפה ג) וקבעו שאף שהשטח של צורה 5 גדול יותר מזה של צורה 6, היקפיהן שווים. עם זאת, עדיין נותרו כמה תלמידים שטענו שההיקף של צורה 5 גדול יותר מזה של צורה 6. העימות נפתר כאשר תלמידים שענו נכונה על בעיה זו הניחו את הצורות זו על גבי זו ובכך המחישו לחבריהם את השוויון בהיקף.

שלב 3: עבודה יחידנית – תרגילי חזרה. לתלמידים ניתנו דפי עבודה ובהם 10 בעיות נוספות של השוואת היקפים במצבים של התאמה, חוסר התאמה של ניגוד וחוסר התאמה של שוויון. התלמידים עבדו באופן יחידני וכולם ענו נכונה על בעיות אלו. נתייחס תחילה להשפעת ההתערבות על מטלת השוואת השטחים. תוצאות ההצלחה וזמני התגובה של מטלת השוואת השטחים של קבוצת הניסוי ושל קבוצת הביקורת מוצגים בלוח 3.

כצפוי, מרבית התלמידים ענו נכונה על מטלת השוואת השטחים בשתי הקבוצות בשני סוגי המטלה (התאמה וחוסר התאמה לכלל האינטואיטיבי) במבחן המקדים ובמבחן המאוחר. נוסף על כך, התברר שזמן התגובה שנמדד במבחן המקדים התקצר במבחן המאוחר בשתי קבוצות הניסוי ובשני סוגי המטלה. נראה כי חזרה על אותה מטלה מגבירה את יעילות הפותר בפתירתה וגורמת לקיצור זמן התגובה. תופעה דומה נמצאה בעבר במחקרים שבדקו מטלות אחרות, למשל, בעבודתו החלוצית של סטרוף (Stroop, 1935).

לוח 3: אחוזי ההצלחה במטלת השוואת השטחים במבחן המקדים ובמבחן המאוחר וזמן התגובה הממוצע (בשניות)

זמן התגובה הממוצע בשניות		אחוזי התשובות הנכונות		סוג המטלה	קבוצה
מבחן מאוחר	מבחן מקדים	מבחן מאוחר	מבחן מקדים		
(SE)	(SE)	(SE)	(SE)		
1.0	1.4	89.2	88.6	התאמה	ביקורת
(0.1)	(0.2)	(4.2)	(5.5)		
0.9	1.3	93.2	82.4	חוסר התאמה של שוויון	ניסוי
(0.1)	(0.2)	(3.9)	(6.6)		
1.0	1.3	93.1	89.0	התאמה	ניסוי
(0.1)	(0.1)	(1.8)	(2.7)		
1.0	1.3	95.2	98.2	חוסר התאמה של שוויון	ניסוי
(0.1)	(0.1)	(2.5)	(0.9)		

תוצאות ההצלחה וזמני התגובה של מטלת השוואת ההיקפים של קבוצת הניסוי ושל קבוצת הביקורת מוצגים בלוח 4.

לוח 4: אחוזי ההצלחה וזמן התגובה הממוצע במטלת השוואת ההיקפים במבחן המקדים ובמבחן המאוחר

זמן התגובה הממוצע בשניות		אחוזי התשובות הנכונות		סוג המטלה	קבוצה
מבחן מאוחר	מבחן מקדים	מבחן מאוחר	מבחן מקדים		
(SE)	(SE)	(SE)	(SE)		
1.0	1.3	93.7	87.5	התאמה	ביקורת
(0.1)	(0.2)	(3.9)	(4.1)		
1.0	1.3	21.0	11.9	חוסר התאמה של שוויון	ניסוי
(0.1)	(0.2)	(6.2)	(3.7)		
1.4	1.2	93.4	94.3	התאמה	ניסוי
(0.1)	(0.1)	(3.3)	(1.3)		
1.4	1.2	41.4	2.7	חוסר התאמה של שוויון	ניסוי
(0.1)	(0.1)	(4.1)	(1.2)		

כצפוי, מרבית התלמידים בשתי הקבוצות ענו נכונה על מטלת השוואת ההיקפים במצב התואם את הכלל האינטואיטיבי הן במבחן המקדים והן במבחן המאוחר. מן התוצאות עולה כי ההתערבות גרמה לשיפור בהישגי התלמידים במטלת השוואת ההיקפים במצב של חוסר התאמה (מ־3% הצלחה ל־41%), $t(20) = 9.42, p < .001$, Cohen's $d = 2.86$ (מבחן t לתצפיות מזווגות), שעה שבקבוצת הביקורת לא חל שיפור ניכר באחוז ההצלחה. נוסף על כך, אחוזי ההצלחה של קבוצת הניסוי במבחן המאוחר היו גבוהים באופן מובהק סטטיסטית מאלו של קבוצת הביקורת (41% לעומת 21% בהתאמה), $t(30) = 2.81, p < .01$, Cohen's $d = 1.13$ (מבחן t לתצפיות בלתי תלויות), ואילו אחוזי ההצלחה של קבוצת הניסוי במבחן המקדים היו נמוכים באופן מובהק סטטיסטית מאלו של קבוצת הביקורת (3% לעומת 12% בהתאמה), $t(30) = 2.37, p < .05$, Cohen's $d = 1.09$ (מבחן t לתצפיות בלתי תלויות). עם זאת, הנתונים מורים כי אחוז ההצלחה לא היה כה גבוה גם לאחר ההתערבות. אפשר שההתערבות הקצרה לא הספיקה לגרום לשינוי ארוך טווח, אף על פי שהתלמידים ענו נכונה על כל תרגילי החזרה בשלב השלישי של ההתערבות.

זמן התגובה בקבוצת הניסוי התארך באופן ניכר מ־1.2 שניות במבחן המקדים ל־1.4 שניות במבחן המאוחר במטלת השוואת ההיקפים, $t(20) = 2.58, p < .05$, Cohen's $d = 0.45$ (מבחן t לתצפיות מזווגות). עלייה זו נצפתה במבחן t לתצפיות מזווגות הן במצב של התאמה לכלל האינטואיטיבי, $t(20) = 2.07, p = .05$, Cohen's $d = 0.4$, והן במצב של חוסר התאמה לו, $t(20) = 2.69, p < .05$, Cohen's $d = 0.45$.

ממצאי זמן התגובה במטלת השוואת השטחים מאפשרים להסביר את המנגנונים הקשורים בהשפעת ההתערבות. אפשר אפוא לומר שחזרה על אותה מטלה גרמה לקיצור זמן התגובה בשתי הקבוצות, והדבר מעיד כי חזרה על אותה מטלה מגבירה את יעילות הפותר בפיתורה.

במטלת השוואת ההיקפים נמצא שבקבוצת הביקורת, שלא חלה בה כל התערבות והיא רק חזרה על המטלות, הצטמצם זמן התגובה במבחן המאוחר לעומת זמן התגובה במבחן המקדים (Babai et al., 2010). לעומת זאת, זמן התגובה למטלת השוואת ההיקפים בקבוצת הניסוי התארך במידה ניכרת מן המבחן המקדים למבחן המאוחר. במילים אחרות, התערבות שמטרתה להסב את תשומת לבם של התלמידים ולהגביר את מודעותם למשתנה הרלוונטי בבעיה (ההיקף) הביאה לעלייה בזמן התגובה למטלה הקשורה בו (השוואת היקפים). במצב של חוסר התאמה מודעות זו מפעילה כנראה מנגנוני בקרה הדורשים זמן ומאמץ מנטלי. מנגנונים אלו תורמים לעיכוב המשתנה הבלתי רלוונטי (שטח). מעניין לציין שאף שבמטלת השוואת ההיקפים במצב התואם את הכלל משתנה השטח אינו מפריע לפתרון, חלה עלייה ניכרת בזמן התגובה מן המבחן המקדים למבחן המאוחר גם במצב זה. נראה שהפעלת מנגנוני הבקרה המעכבים היא כללית למטלת השוואת ההיקפים ומתייחסת לשני המצבים שלה. הפעלה של מנגנוני בקרה אלו הביאה לשיפור בהישגי התלמידים במצב שאינו תואם את הכלל, אולם בעיות השוואת היקפים

התואמות את הכלל האינטואיטיבי, שנפתרו נכון ומהר לפני ההתערבות, עדיין נפתרות נכון גם לאחריה, אך לאט יותר (Babai et al., 2010).

במחקר ההדמיה המוחית, שתואר קודם לכן, הראינו שתשובה שגויה למטלת השוואת ההיקפים במצב שאינו תואם את הכלל קשורה בהפעלתם של אזורי מוח אחוריים. כאמור, תמונת פעילות המוח כאשר הנבחן משיב תשובה שגויה למצב שאינו תואם דומה לתמונת המוח בתשובה נכונה על המצב התואם. לעומת זאת, תשובה נכונה מפעילה אזורי מוח קדמיים, הידועים בפעילות בקרה ביצועית מעכבת. ייתכן אפוא שההתערבות בכיתת הניסוי שינתה את דגם הפעלת המוח, מהפעלה של אזורים אחוריים להפעלה של אזורים קדמיים. בדומה, הודה ועמיתיו (Houde et al., 2000) הראו שאימון מעכב, הקשור בחשיבה על תנאי מסוג "אם... אז...", גרם לשינוי בדגם הפעלת המוח מהפעלה של אזורים אחוריים להפעלה של אזורים קדמיים. הודה ועמיתיו הסיקו מכך ששינוי כזה חיוני על מנת לאפשר לאדם לחשוב באופן לוגי.

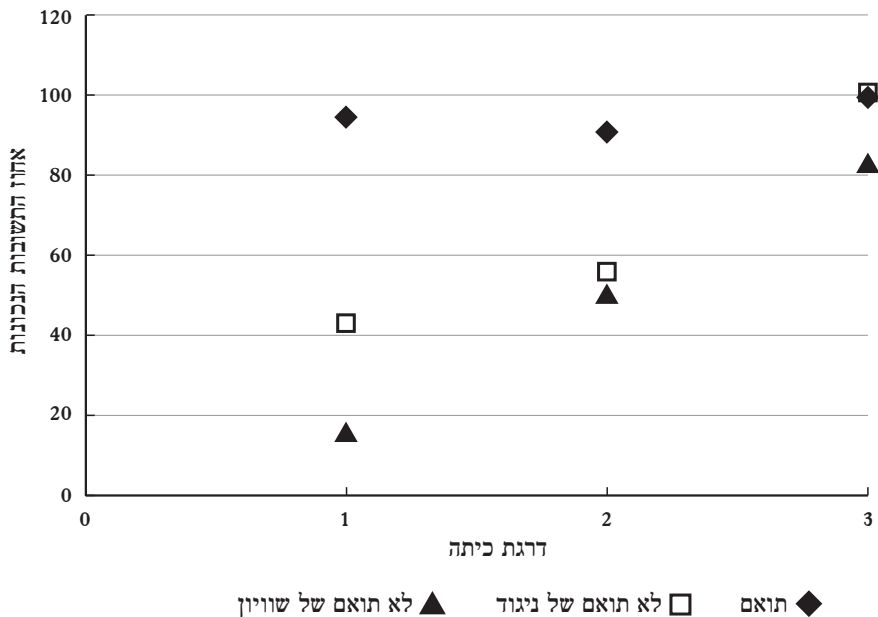
נוסף על כך, שואנפלד (Schoenfeld, 1985), חוקר בכיר בהוראת המתמטיקה, טען שהתנהגות מתמטית נקבעת על-פי ארבעה גורמים, שאחד מהם הוא בקרה, כלומר היכולת לנהל את משאבי הידע והאינטואיציות של האדם ולהשתמש בהם. הפסיכולוגים החינוכיים דמפסטר וקורקיל (Dempster & Corkil, 1999) ביטאו הסתכלות רחבה וטענו שלפעילויות המעודדות תלמידים לשים לב ולהתמקד במידע רלוונטי יש פוטנציאל גדול לעזור להם להתגבר על הפרעות. ממצאי מחקר ההתערבות שלנו על ההפרעה האינטואיטיבית של גורם בלתי רלוונטי מסוג "יותר מ-A", יותר מ-B" בחשיבה בגאומטריה תומכים ברעיון זה. מחקרים נוספים הבוחנים מטלות אחרות במדע ובמתמטיקה עשויים לברר את מידת הכלליות של התופעה שנמצאה במחקר זה. נוסף על כך, מעניין יהיה לחקור בדרך דומה סוגים אחרים של התערבויות ולהעריך את השפעותיהן ארוכות הטווח. תוצאותינו חוזרות ומעידות על החשיבות הרבה של מנגנוני בקרה בתהליך ההתגברות על הפרעות אינטואיטיביות. הן מורות על האפשרות לשפר את יכולת פתרון הבעיות של תלמידים על-ידי התערבויות המכוונות לחזק את מנגנוני הבקרה הביצועית שלהם, נוסף על מתן ידע מדעי רלוונטי.

מחקרים מלמדים שהפונקציות הביצועיות ומנגנוני הבקרה מתפתחים עם הגיל. התפתחות מואצת של מנגנונים אלו מתרחשת בתקופת הילדות, והתפתחות נוספת, אם כי אטית יותר, מתרחשת בגיל ההתבגרות (ראו לדוגמה, V. Anderson, Northam, Jacobs, & Catroppa, 2001; Blakemore & Choudhury, 1997; Zelazo, Carter, Reznick, & Frye, 2006). אם כן, האם היכולת להתמודד עם ההפרעה האינטואיטיבית, שבה אנו עוסקים וקשורה בהפעלתם של מנגנוני בקרה ביצועית, תשתפר עם העלייה בגיל התלמיד? כמו כן, האם גורמים אחרים תלויי נבדק ישפיעו על היכולת להתמודד עם ההפרעה של הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A", יותר מ-B"?

השפעתם של גורמים תלויי נבדק על מידת ההשפעה של הכלל "יותר מ-A, יותר מ-B"

גיל הנבחן

האם השפעתו של הכלל האינטואיטיבי הולכת ונחלשת עם העלייה בגיל? על מנת לענות על שאלה זו השוונו את אחוזי ההצלחה של תלמידי כיתה ד ($n = 29$) לאחוזי ההצלחה של תלמידי כיתה ח ($n = 71$) ותלמידי כיתות יא-יב ($n = 22$) במטלת השוואת ההיקפים של צורות פשוטות בשלושת המצבים – התאמה לכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A, יותר מ-B", חוסר התאמה של ניגוד לכלל וחוסר התאמה של שוויון עמו (Babai, 2010; Babai et al., 2010; Levyadun, Stavy, & Tirosh, 2006). הממצאים מוצגים בתרשים 1, ודרגת הכיתה מיוצגת בו בערכים האלה: 1 = ד, 2 = ח, 3 = יב.



הערה: ערכי דרגת הכיתה מיוצגים כלהלן: 1 = ד, 2 = ח, 3 = יב.

תרשים 1: אחוזי התשובות הנכונות למטלות פשוטות של השוואת היקפים במצבים של התאמה, חוסר התאמה של ניגוד וחוסר התאמה של שוויון בכיתות ד, ח ויב

מתרשים 1 עולה שמרבית התלמידים בכל שכבות הגיל שנבדקו ענו נכונה על מטלת השוואת ההיקפים במצב התואם את הכלל, בלא הבדל ניכר בין שכבות הגיל השונות. אחוזי ההצלחה במטלות שאינן תואמות את הכלל נמוכים מאוד בכיתה ד והם עולים

בהדרגה עד כיתה יב, ואחוזי ההצלחה במטלות של חוסר התאמה של שוויון נמוכים מאלו של מטלות חוסר התאמה של ניגוד.

חוקרים מתחום הפסיכולוגיה החינוכית מסבירים את התפתחות החשיבה אצל ילדים כפועל יוצא של התפתחות מנגנוני הבקרה במוח (Dempster & Corkill, 1999). נוסף על מחקרים שהורו על התפתחותם של מנגנוני הבקרה עם הגיל (כגון, Anderson et al., 1997; Zelazo et al., 2001) התברר לאחרונה כי ככל שהגיל גבוה יותר, גם הקיבולת של זיכרון העבודה החזותי גבוהה יותר (למשל, Hale, Bronik, & Fry, 1997; Klingberg, & Westerberg, 2002).

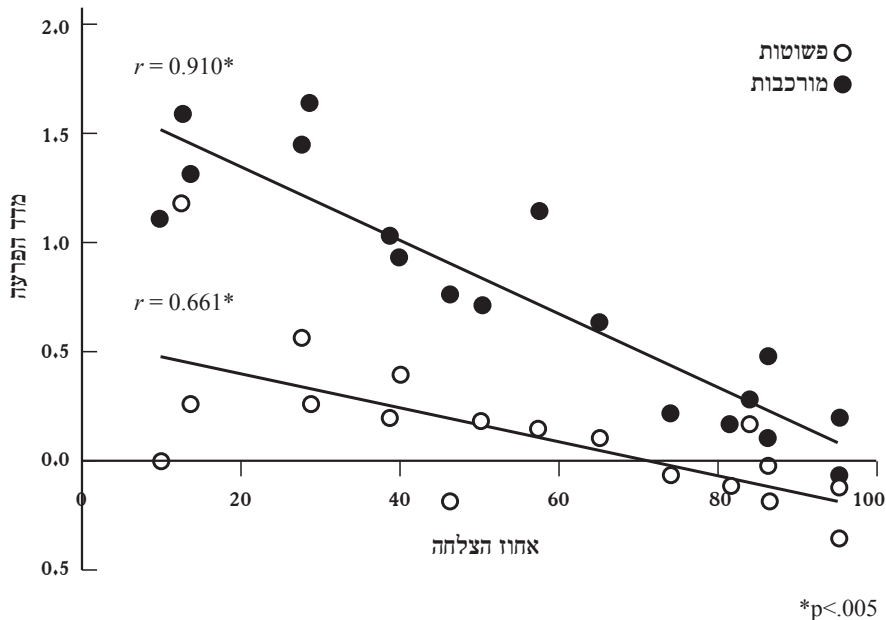
מדד ההפרעה

במחקרים הרבים שערכנו בנוגע למטלת השוואת ההיקפים במצבים שאינם תואמים את הכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A, יותר מ-B", במצב של חוסר התאמה של שוויון הבחנו בשונות רבה באחוזי ההצלחה ובזמן התגובה של נבחנים מבוגרים. על מנת לאפיין התנהגות תלוית נבדק זו חושב ממד הפרעה לכל אחד מ-18 הנבחנים המבוגרים, המבטא את מידת ההפרעה האינטואיטיבית. מדד זה מתאר כמה זמן הקדיש הנבחן למענה נכון למטלות במצב של חוסר התאמה של שוויון בהשוואה לזמן שהקדיש למענה נכון למטלות התואמות את הכלל. באופן מעשי חישבנו עבור כל נבחן מדד הפרעה (בשניות), המודד את ההפרש בין זמן התגובה למטלות שאינן תואמות את הכלל האינטואיטיבי לבין זמן התגובה למטלות התואמות אותו (ראו שימוש במדד דומה אצל Rueda et al., 2004). חישבנו את מדד ההפרעה עבור מטלות פשוטות ומטלות מורכבות ובדקנו אם יש קשר בין מדד זה לבין אחוזי ההצלחה של הנבחן במטלות של חוסר התאמה לכלל (Stavy & Babai, 2008). התוצאות מובאות בתרשים 2.

תרשים 2 מתאר את הקשר החזק והמובהק סטטיסטית בין אחוזי ההצלחה של הנבחן במטלות של חוסר התאמה לבין מדד ההפרעה שלו הן במטלות הפשוטות, $r = .661$, $p < .005$, והן במטלות המורכבות, $r = .910$, $p < .005$. יתר על כן, מדד הפרעה של נבחנים בעלי אחוז הצלחה נמוך היה גבוה יותר במטלות המורכבות מאשר במטלות הפשוטות, שעה שמדד ההפרעה של נבחנים בעלי אחוז גבוה של הצלחה היה דומה בשני סוגי המטלות – פשוטות ומורכבות.

כיצד ניתן להסביר את הממצאים האלה?

הסבר אפשרי אחד הוא שלנבחנים בעלי מדד הפרעה נמוך יש מנגנוני בקרה חזקים ויעילים, והם מצליחים לעכב את המידע המתחרה הבלתי רלוונטי של ממד השטח או להתעלם ממנו. בשל כך הם משיבים נכונה, ויש להם זמני תגובה דומים במטלות פשוטות ומורכבות בשני המצבים: מצב של התאמה ומצב של חוסר התאמה. לעומתם, נבחנים בעלי מדד הפרעה גבוה נדרשים להקדיש מאמץ וזמן רב על מנת להתגבר על ההפרעה, ולעתים קרובות אף זה אינו מספיק והם שוגים, בייחוד במטלות המורכבות. הכרוכות בעומס קוגניטיבי גבוה.



תרשים 2: הקשר בין מדר ההפרעה (בשניות) לבין אחוז ההצלחה במטלות פשוטות ומורכבות של חוסר התאמה

הסבר אפשרי נוסף הוא שלנבחנים בעלי מדר הפרעה נמוך יש קיבולת גבוהה יותר של זיכרון עבודה. מובן שאת ההסבר הזה יש לבחון באופן אמפירי, למשל על-ידי מדידתה של קיבולת זיכרון העבודה של נבחנים בעלי מדר הפרעה נמוך וגבוה. לאור הסבר זה יש לצפות שלנבחנים בעלי מדר הפרעה נמוך תהיה קיבולת גבוהה יותר של זיכרון עבודה מאשר לנבחנים בעלי מדר הפרעה גבוה. במחקרים בתחומים אחרים נמצא שהקיבולת הממוצעת של זיכרון העבודה החזותי היא מוגבלת מאוד, והיא יכולה להחזיק רק שלושה עד ארבעה פריטים באותה עת (Luck & Vogel, 1997). בהקשר זה דווח שיעילותה של בחירת פריטים רלוונטיים משתנה במידה ניכרת בין נבחנים, ואפשר לנבא אותה על-ידי קיבולת הזיכרון הייחודית של כל אדם (Vogel, McCullough, & Machizawa, 2005). נתון זה מתקשר לעובדה שקיבולת הזיכרון מתפתחת וגדלה עם הגיל, ובד בבד גדלה ומתפתחת גם יכולת הנבחנים להתגבר על ההפרעה האינטואיטיבית ולהשיב נכונה במטלות שאינן תואמות את הכלל (כגון Anderson et al., 2001; Zelazo et al., 1997). ניתן לסכם אפוא ולומר שגורמים אישיים הקשורים בפונקציות הביצועיות, במנגנוני הבקרה המעכבת ובקיבולת זיכרון העבודה עשויים – כל אחד מהם או צירוף שלהם – להשפיע על יכולתו של האדם להתמודד עם הפרעה אינטואיטיבית בפתרון בעיות במדעים ובמתמטיקה.

סיכום

מאמר זה מראה כיצד מאפייני החשיבה האינטואיטיבית עשויים להשפיע על יכולתו של התלמיד ושל המבוגר להשיב על מטלות פשוטות יחסית. מן המחקרים שתוארו הובררה חשיבותם של מאפייני מטלה שונים וכן של מאפיינים התלויים במשיב כגורמים משמעותיים, המשפיעים על יכולתו להשיב נכונה למטלות. כמו כן, על סמך ממצאים אלו תוארה גישת התערבות המדגישה את חיווקם של מנגנוני הבקרה כעזר להתמודדות עם הפרעות הנובעות מחשיבה אינטואיטיבית.

מחקרים נוספים שערכנו לאחרונה מראים כי החשיבה האינטואיטיבית משפיעה גם במטלות ובנושאים נוספים במדע ובמתמטיקה (Babai & Amsterdam, 2008; Babai, Brecher, Stavy, & Tirosh, 2006; Babai, Sekal, & Stavy, 2010). מחקרים אלו ממחישים כיצד שימוש בשיטות המקובלות במחקר הפסיכולוגי-קוגניטיבי ובמדעי העצב עשוי לסייע למחקר בתחום החינוך ולקדמו. להערכתנו, שילוב של גישות מחקר כאלו ושל ידע שהצטבר בתחומים אלו יסייע בידינו להבין תהליכי חשיבה, ובהמשך הוא אף עשוי להצביע על דרכי הוראה שיקדמו את הישגי התלמידים.

מקורות

זילבר, ח' (2004). שימוש בכלל האינטואיטיבי "יותר מ-A, יותר מ-B" במדידת זמן תגובה בשאלות העוסקות בשטח ובהיקף (עבודת מ"א). תל אביב: אוניברסיטת תל אביב, בית הספר לחינוך.

- Anderson, V. A., Anderson, P., Northam, E., Jacobs, R., & Catroppa, C. (2001). Development of executive functions through late childhood and adolescence in an Australian sample. *Developmental Neuropsychology*, 20, 385-406.
- Aron, A. R., Robbins, T. W., & Poldrack, R. A. (2004). Inhibition and the right inferior frontal cortex. *Trends in Cognitive Sciences*, 8, 170-177.
- Babai, R., & Amsterdam, A. (2008). The persistence of solid and liquid naive conceptions: A reaction time study. *Journal of Science Education and Technology*, 17, 553-559.
- Babai, R., Brecher, T., Stavy, R., & Tirosh, D. (2006). Intuitive interference in probabilistic reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 627-639.
- Babai, R., Levyadun, T., Stavy, R., & Tirosh, D. (2006). Intuitive rules in science and mathematics: A reaction time study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37, 913-924.

- Babai, R., Sekal, R., & Stavvy, R. (2010). Persistence of the intuitive conception of living things in adolescence. *Journal of Science Education and Technology*, 19, 20-26.
- Babai, R., Zilber, H., Stavvy, R., & Tirosh, D. (2010). The effect of intervention on accuracy of students' responses and reaction times to geometry problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8, 185-201.
- Blakemore, S. J., & Choudhury, S. (2006). Development of the adolescent brain: Implications for executive function and social cognition. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 47, 296-312.
- Carey, S. (1985). *Conceptual change in childhood*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Champagne, A. B., Klopfer, L. E., & Anderson, J. H. (1980). Factors influencing the learning of classical mechanics. *American Journal of Physics*, 48, 1074-1079.
- Dempster, F. N., & Corkill, A. J. (1999). Interference and inhibition in cognition and behavior: Unifying themes for educational psychology. *Educational Psychology Review*, 11, 1-88.
- Driver, R. (1994). *Making a sense of secondary science*. London, England: Routledge.
- Duit, R. (2007). *Students' and teachers' conceptions and science education: A bibliography, full version March 2007*. Retrieved from <http://www.ipn.uni-kiel.de/aktuell/stcse/stcse.html>
- Evans, J. B. T., & Over, D. E. (1996). *Rationality and reasoning*. Hove, England: Psychology Press.
- Fias, W., Lammertyn, J., Reynvoet, B., Dupont, P., & Orban, G. A. (2003). Parietal representation of symbolic and nonsymbolic magnitude. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 15, 47-56.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Gunstone, R. F., & White, R. T. (1981). Understanding of gravity. *Science Education*, 65, 291-299.
- Hale, S., Bronik, M. D., & Fry, A. F. (1997). Verbal and spatial working memory in school-age children: Developmental differences in susceptibility to interference. *Developmental Psychology*, 33, 364-371.
- Houde, O., Zago, L., Mellet, E., Moutier, S., Pineau, A., Mazoyer, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (2000). Shifting from the perceptual brain to the logical brain:

- The neural impact of cognitive inhibition training. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12, 721-728.
- Klingberg, T., Forssberg, H., & Westerberg, H. (2002). Increased brain activity in frontal and parietal cortex underlies the development of visuospatial working memory capacity during childhood. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 14, 1-10.
- Konishi, S., Nakajima, K., Uchida, I., Kikyo, H., Kameyama, M., & Miyashita, Y. (1999). Common inhibitory mechanism in human inferior prefrontal cortex revealed by event-related functional MRI. *Brain*, 122, 981-991.
- Lawson, A. E. (1995). *Science teaching and the development of thinking*. Belmont, CA: Wadsworth.
- Luck, S. J., & Vogel, E. K. (1997). The capacity of visual working memory for features and conjunctions. *Nature*, 390, 279-281.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Novak, J. D., & Gowin, B. (1984). *Learning how to learn*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Osborne, R. J., & Freyberg, P. (1985). *Learning in science: The implication of children's science*. Auckland, New Zealand: Heinemann.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1969). *The psychology of the child*. New York, NY: Basic Books.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1974). *The child's construction of quantities*. London, England: Routledge & Kegan Paul.
- Pinel, P., Piazza, M., Le Bihan, D., & Dehaene S. (2004). Distributed and overlapping cerebral representations of number, size, and luminance during comparative judgments. *Neuron*, 41, 983-993.
- Rueda, M. R., Fan, J., McCandliss, B. D., Halparin, J. D., Gruber, D. B., Lercari, L. P., & Posner, M. I. (2004). Development of attentional networks in childhood. *Neuropsychologia*, 42, 1029-1040.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York, NY: Academic Press.
- Shayer, M., & Adey, P. (1981). *Towards a science of science teaching: Cognitive development and curriculum demand*. London, England: Heinemann.

- Sloman, S. (1996). The empirical case for two systems of reasoning. *Psychological Bulletin*, 119, 30-32.
- Stavy, R., & Babai, R. (2008). Complexity of shapes and quantitative reasoning in geometry. *Mind, Brain, and Education*, 2, 170-176.
- Stavy, R., Babai, R., Tsamir, P., Tirosh, D., Lin, F. L., & McRobbie, C. (2006). Are intuitive rules universal? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 417-436.
- Stavy, R., Goel, V., Critchley, H., & Dolan, R. (2006). Intuitive interference in quantitative reasoning. *Brain Research*, 1073-1074, 383-388.
- Stavy, R., & Tirosh, D. (1996). Intuitive rules in science and mathematics: The case of "more of A – more of B". *International Journal of Science Education*, 18, 653-667.
- Stavy, R., & Tirosh, D. (2000). *How students (mis-)understand science and mathematics*. New York, NY: Teachers College Press.
- Stroop, R. J. (1935). Studies of interference in serial verbal reactions. *Journal of Experimental Psychology*, 18, 643-662.
- Tirosh, D., & Stavy, R. (1999a). Intuitive rules and comparison tasks. *International Journal of Mathematics Thinking and Learning*, 1, 179-194.
- Tirosh, D., & Stavy, R. (1999b). Intuitive rules: A way to explain and predict students' reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 51-66.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1983). Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological Review*, 90, 293-315.
- Vogel, E. K., McCullough, A. W., & Machizawa, M. G. (2005). Neural measures reveal individual differences in controlling access to working memory. *Nature*, 438, 500-503.
- Vosniadou, S., & Ioannides, C. (1998). From conceptual development to science education: A psychological point of view. *International Journal of Science Education*, 20, 1213-1230.
- Zelazo, P. D., Carter, A., Reznick, J. S., & Frye, D. (1997). Early development of executive function: A problem-solving framework. *Review of General Psychology*, 1, 1-29.